

式を目でみよう

かけ算について

かけ算はどんなときに必要ですか。

うさぎ1匹につき耳が2本、3匹では耳はいくつになりますか。

たて2cm、よこ3cmの長方形の面積はいくらですか。

毎時2kmの速さで3時間歩いたときの距離は何kmですか。

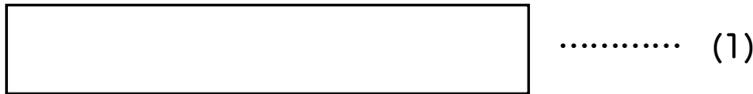
のような場合です。

この章では、②の面積の場合で考えるとわかりやすいです。

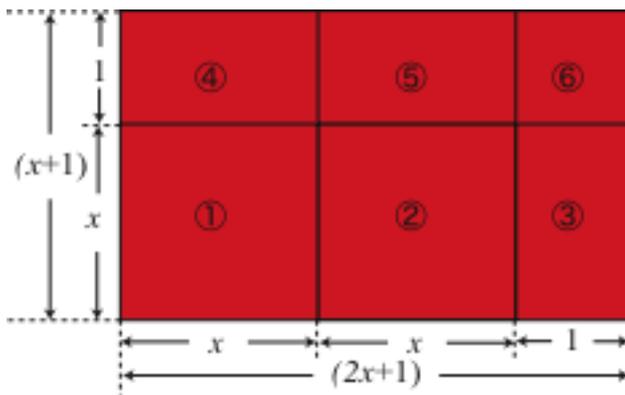
$(x+1)(2x+1)$ を考えてみましょう

これは たて $(x+1)$ cm、よこ $(2x+1)$ cm の長方形の面積を表します。

したがって、長方形全体の面積は



となります。



つぎに①②③④⑤⑥の面積はそれぞれいくらですか。

①の面積は

②の面積は

③の面積は

④の面積は

⑤の面積は

⑥の面積は

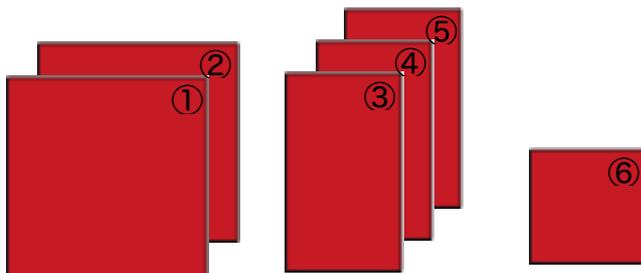
①から⑥の合計は

したがって

$$(x+1)(2x+1) =$$

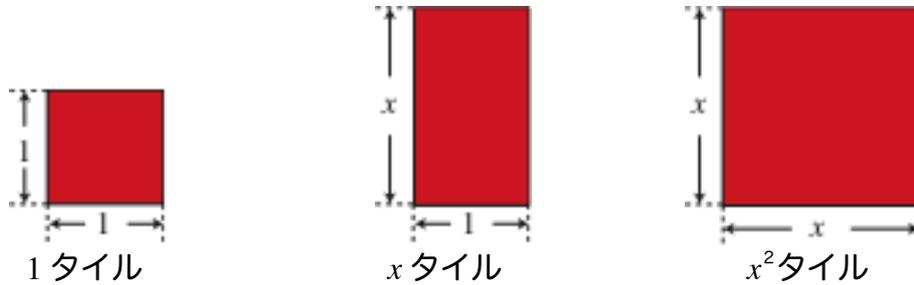
①から⑥をバラバラにして

まとめると右のように書けます。

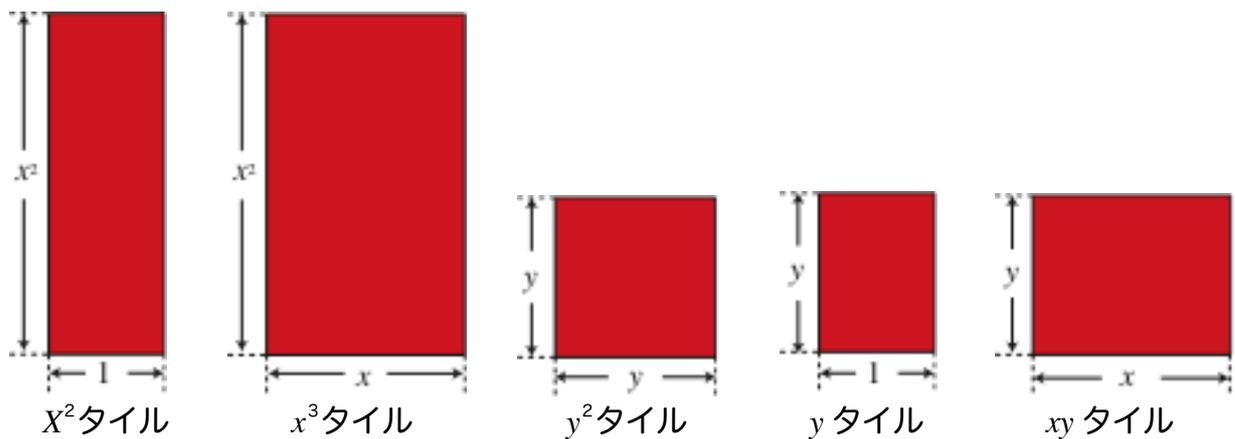


ベキタイル

前のプリントでやったように、 $2x^2+3x+1$ のような x の2次多項式は、つぎのような三種類のタイルで表すことができます。



これからは、これらのタイルをベキタイルと呼ぶことにします。当面、上の三種類のベキタイルを使いますが、その他にもつぎのようなベキタイルがあります。

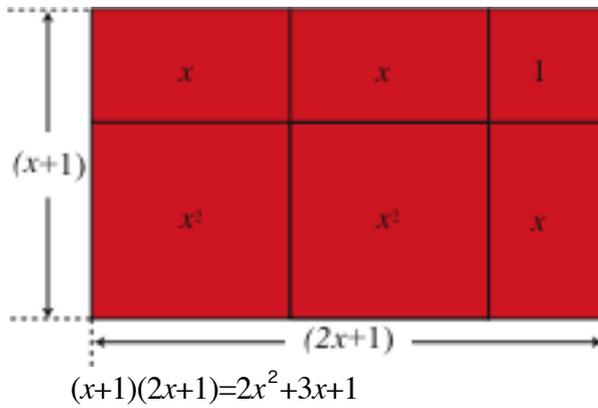


もちろんこれだけではありません。

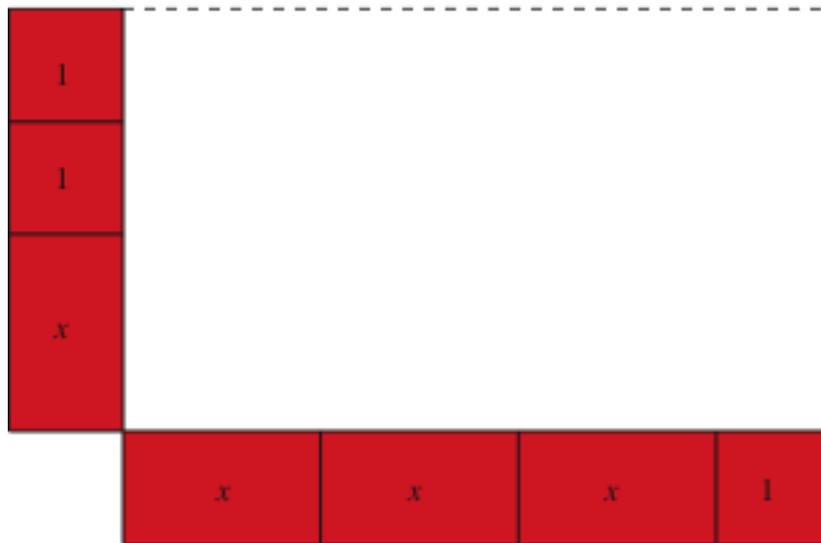
初めの三種類のベキタイルを使い、手を動かしてなれたら、タイル図（面積図）を書くだけで、できるようにし、それと同時にいろいろなベキタイルを考えるようにしましょう。

式のかけ算

初めのプリントでやったように、たて $(x+1)$ よこ $(2x+1)$ の面積は $2x^2+3x+1$ つまり



したがって、式のかけ算は長方形の面積を求めることです。
では、 $(x+2)(3x+1)$ をやってみましょう。

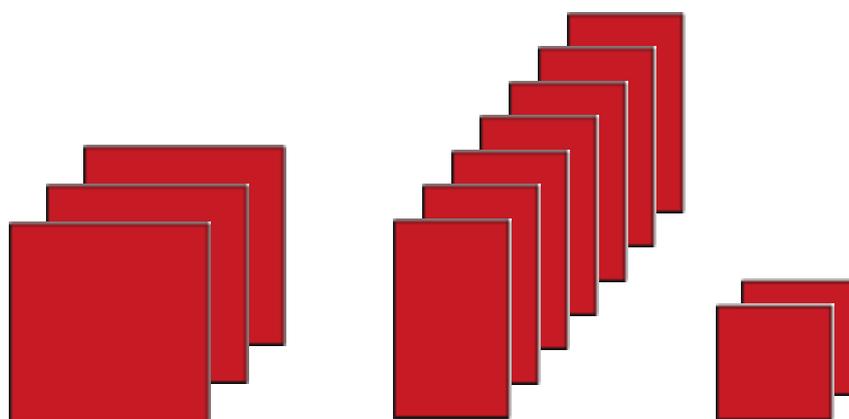


たてに $(x+2)$ のタイルを並べ、よこに $(3x+1)$ のタイルを並べ、上の図の点線内にタイルを並べてください。

並べてみると

	x	x	x	1
	x	x	x	1
	x^2	x^2	x^2	x

上の図のように並べられます。
これをバラバラにしてまとめるとつぎのようになります。



よって

$$(x+2)(3x+1) = \boxed{}$$

となります。

さあ並べてみよう その1

さあ、つぎの計算をタイルを並べて求めてください。
また、その結果をタイル図に書いてください。

① $(2x+1)(3x+1)$

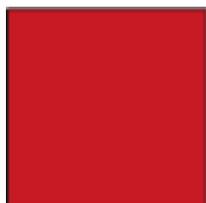
② $(2x+1)(3x+2)$

③ $(x+1)(2x+1)$

④ $(x+2)(x+3)$

マイナスはどうしよう

さて、式には $-3x+2$ のように係数がマイナスの婆もあるでしょう。
そのときはベキタイルはどのように表したらいいでしょうか。
きみもその方法について考えてみましょう。

 x^2 タイル x タイル

1タイル

に対してきみは

 $-x^2$ タイル $-x$ タイル -1 タイル

をどう表しますか。

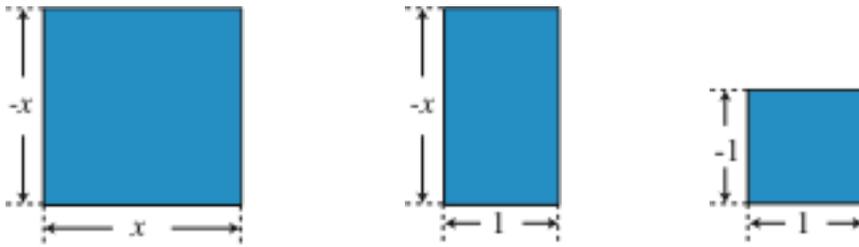
マイナスは裏返す

マイナスの長さは、基準になる長さを決めて、その長さより長ければプラス、短ければマイナスを表しました。

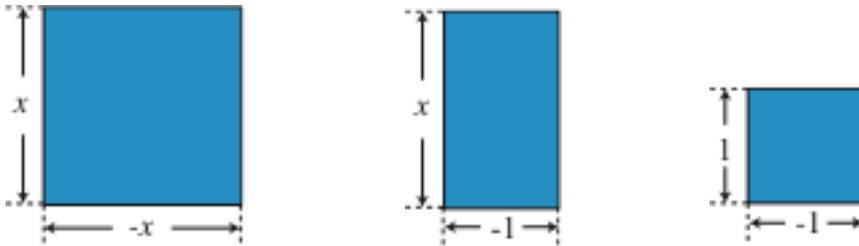
同様に、マイナスの面積は、基準になる面積を決めて、その面積より大きければプラスに、小さければマイナスで表せばいいですね。

辺の長さで考えると、長方形の一方の長さがマイナスのときに面積がマイナスになります。

紙の上では表と裏の区別ができるようにマイナスは青にしました。



上のようにたての長さがマイナスの場合と、逆に下のようによこがマイナスのとき面積はマイナスとなります。



実際の操作では、オセロのように考えればいいのです。つまりオセロなら、挟まれたらひっくり返せばいいですね。

ベキタイルでは、マイナスの長さの列や行をひっくり返せばいいのです。

キャンセルの原理

先月の収入が 34 万円で支出が 34 万円ならば、この月はプラスマイナスゼロだということですね。つまり

$$34 + (-34) = 0$$

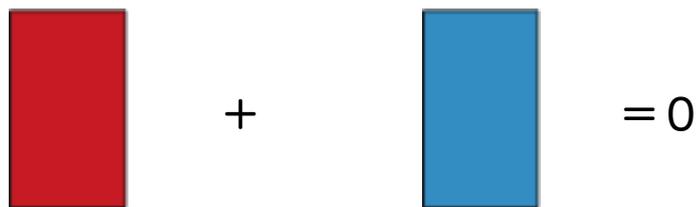
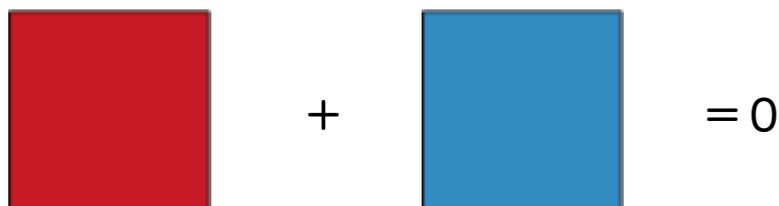
ということです。

このように打ち消しあう性質を

キャンセルの原理

と言います。

ベキタイルも同様に、プラスのタイルとマイナスのタイルを加え合わせるとゼロになります。

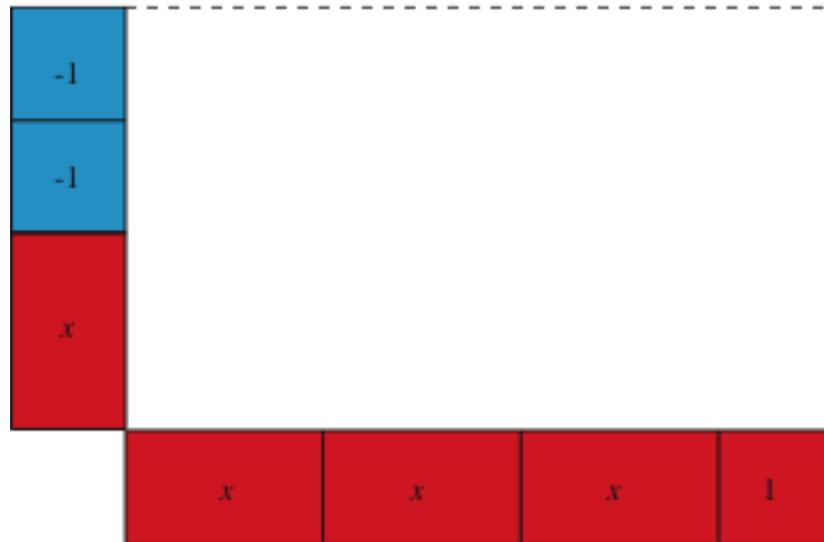


ベキタイルについての基本的な約束はこれでおしまいです。
さあ、ベキタイルで遊びましょう。

式のかけ算 その2

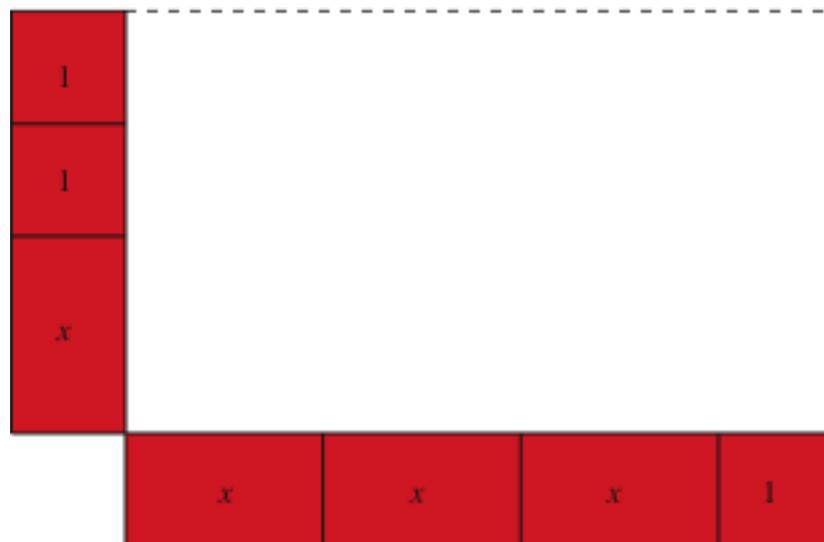
こんどは、係数がマイナスの入った場合をやってみましょう。

では、まず $(x-2)(3x+1)$ をやってみましょう。



たてに $(x-2)$ のタイルを並べ、よこに $(3x+1)$ のタイルを並べ、上の図の点線内にタイルを並べてください。

そのとき、まず下のように並べてから、マイナスの行を引っ繰り返しましょう。



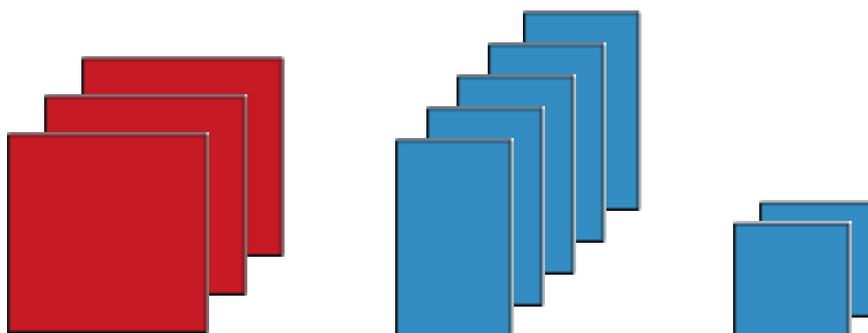
並べてみると

	x	x	x	1
	x	x	x	1
	x^2	x^2	x^2	x

上の図のように並べられます。

注意するのは前にやったように、たてよことも **マイナス** のときはオセロのように、その列や行を全部引っ繰り返せばいいのです。

これをまとめると、 x タイルがキャンセルされて



よって

$(x-2)(3x+1) =$

となります。

さあ並べてみよう その2

さあ、つぎの計算をタイルを並べて求めてください。
また、その結果をタイル図に書いてください。

① $(2x+1)(3x+2)$

② $(2x-1)(3x-2)$

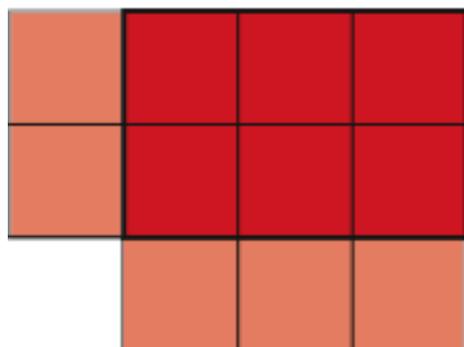
③ $(2x+1)(3x-2)$

④ $(2x-1)(3x+2)$

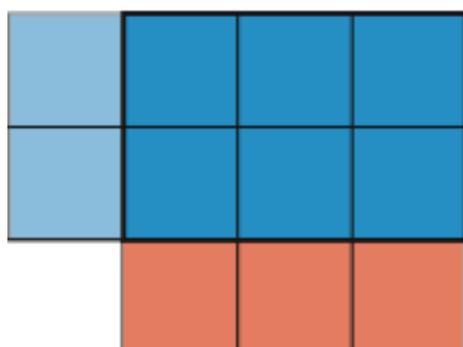
負×負＝正もわかるよ

ところで、中1のときにやった「負×負＝正」についてベキタイルで考えてみましょう。
たとえば、 $(-2) \times (-3)$ です。

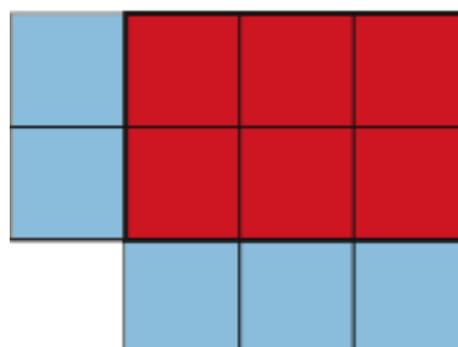
まず 2×3 として考えて



つぎに $(-2) \times 3$ と考えて



さらに $(-2) \times (-3)$



つまり、一度引っ繰り返して、さらに引っ繰り返すので元に戻り、正の数になるわけですね。

$$(-2) \times (-3) = 6$$

だから、「負×負＝正」がわかります。

タイルからタイル図へ

ベキタイルがたりないときや、たりないときはタイル図だけでやればいいでしょう。そこで、つぎの計算をタイル図だけでやってみてください。そのときできるだけ簡単に書くにはどうすればいいかを考えてみてください。

① $(x+2)(2x+3)$

② $(x-3)(2x-1)$

③ $(2x-1)(3x+2)$

④ $(4x+5)(7x-3)$

まとめよう

今までやって気がついたことをまとめましょう。

(1) x^2 タイル、 x タイル、1タイルの並び方はどうでしょうか。

(2) キャンセルされるのはどのタイルでしょうか。

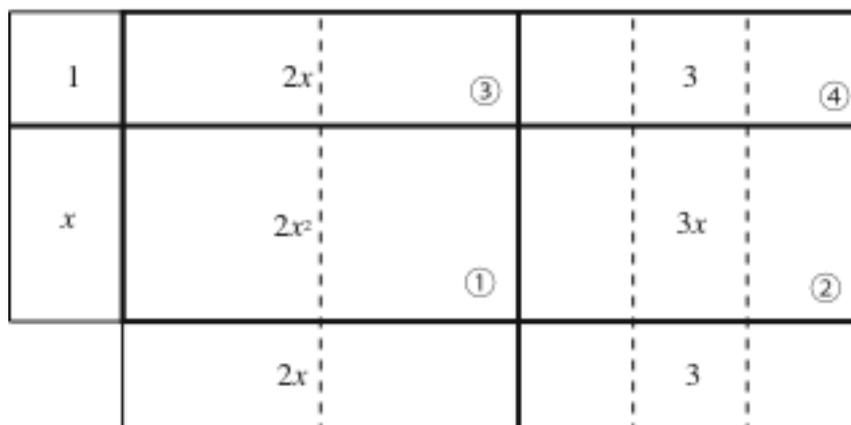
(3) キャンセルされるときは、どんな式の時でしょうか。

(4) タイル図をより簡単に書くにはどんな工夫があるでしょうか。

(5) その他気がついたことはありませんか。どんな小さいことでもいいです。

タイル図から式へ

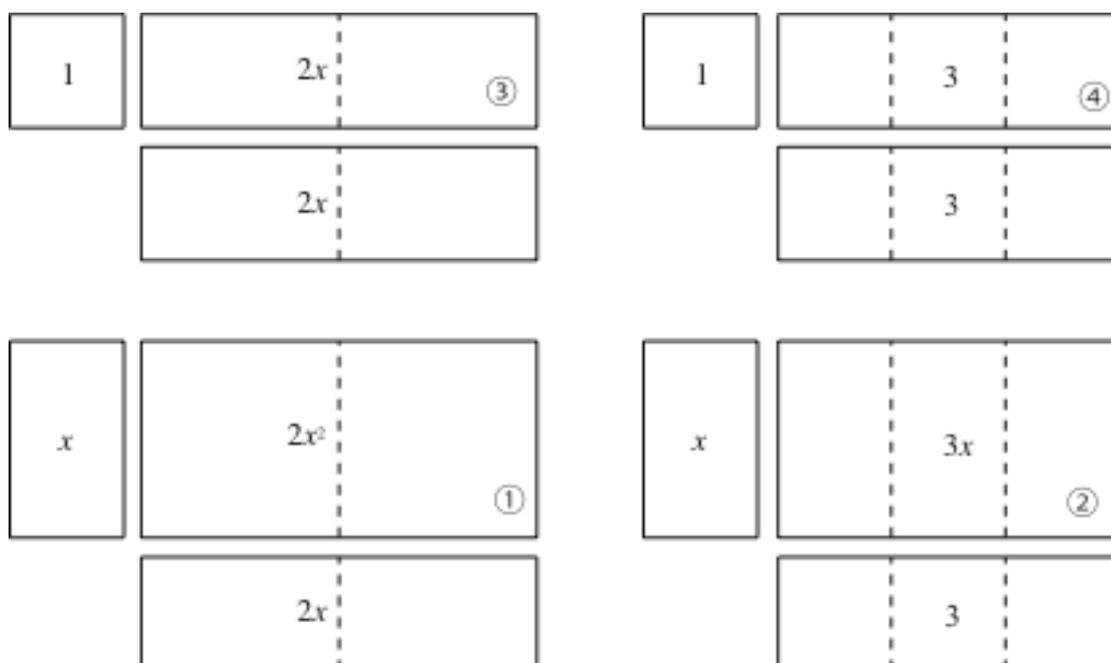
式だけで計算することを $(x+1)(2x-3)$ の場合で考えてみましょう。



この図のことを別名「忍法田の字」と言います。

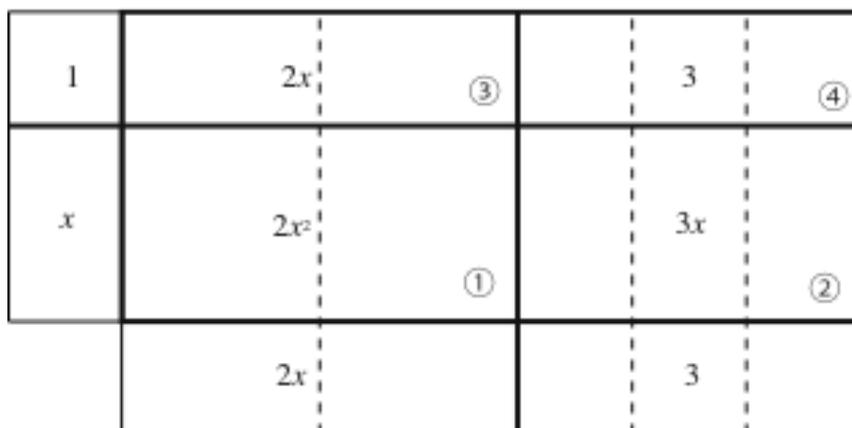
上の図をよく見てください。大きく4つの部分に分かれていることがわかりますね。つまり①②③④です。そして、①の部分は x^2 タイルのコーナー、②の部分は x タイルのコーナー、③の部分も x タイルのコーナー、最後の④の部分は1タイルのコーナーですね。

ということは、これらの4つの部分の面積を計算すればいいということになりますね。これはそれぞれつぎのことです。



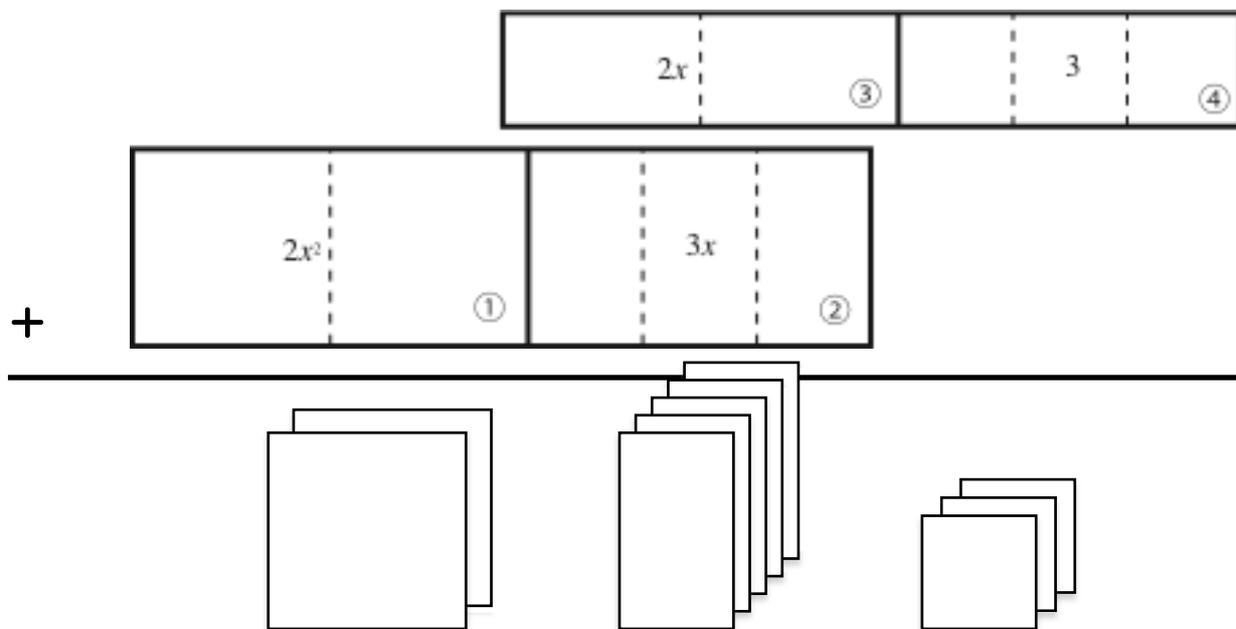
式での計算の意味 その1

さて、いよいよ式による計算方法についてまとめましょう。まずタイル図はこうでしたね。



この図のことを別名「忍法田の字」と言います。

↓ 同じタイルをそろえます



↓

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 & 2x \text{ ③} & \text{②} + 3 \\
 \text{①} & \begin{array}{c} \nearrow \\ \searrow \end{array} & \text{④} \\
 & x & + 1
 \end{array} \\
 \hline
 2x \text{ ③} \quad + 3 \text{ ④} \\
 2x^2 \text{ ①} + 3x \text{ ②} \\
 \hline
 2x^2 \quad + 5x \quad + 3
 \end{array}$$

式での計算の意味 その3

もう一つ別なやり方についてやりましょう。

1	2x	③	3	④
x	2x ²	①	3x	②
	2x		3	



$$(x+1)(2x+3) = (2x^2+3x) + (2x+3) = 2x^2+5x+3$$

4つの部分の計算は、それぞれ1つずつかけ算をして、同類項をまとめればいいわけです。

【まとめ】

(1) 忍法田の字

+1	+2x	+3	
x	2x ²	+3x	
	2x	+3	

(2) 筆算形式の計算

$$\begin{array}{r}
 2x+3 \\
 \times \quad x+1 \\
 \hline
 2x+3 \\
 2x^2+3x \\
 \hline
 2x^2+5x+3
 \end{array}$$

(3) 係数による計算

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 3 \\
 \times \quad 1 \quad 1 \\
 \hline
 2 \quad 3 \\
 2 \quad 3 \\
 \hline
 2 \quad 5 \quad 3
 \end{array}$$

$$2x^2+5x+3$$

(4) 横式の計算(分配法則による)

$$\begin{aligned}
 &(x+1)(2x+3) \\
 &= (2x^2+3x) + (2x+3) \\
 &= 2x^2+5x+3
 \end{aligned}$$

どの方法でもいいですが、忍法田の字ではできるようにしましょう。

忍法田の字でやってみよう

今までやってきた計算は「式を展開する」と言います。
そこで少し色々な式を「忍法田の字」で展開してみましょう。

つぎの式を展開してください。

① $(x+1)(x+1)$

② $(x+5)(x-2)$

③ $(x-3)(x-4)$

④ $(x+3)(x+5)$

⑤ $(x-7)(x+1)$

⑥ $(x-6)(x+5)$

⑦ $(2x+3)(3x+2)$

⑧ $(2x+7)(2x-3)$

⑨ $(3x-4)(3x-2)$

⑩ $(4x+2)(3x-2)$

忍法田の字は使えるよ

つぎのような式も「忍法田の字」を使えば展開ができます。

$$(a+2b-4)(a+3) \text{ をやってみよう}$$

よって

$$\begin{aligned} &(a+2b-4)(a+3) \\ &=a^2+2ab-a+6b-12 \end{aligned}$$

+3	+	3a	+	6b	-	12
a	+	a ²	+	2ab	-	4a
		a		+2b		-4

つぎの式を「忍法田の字」で展開してください。

① $(a-b+2)(a+1)$

② $(a-5)(a+b-3)$

③ $(2a+b+6)(a-b)$

④ $(6x-3y)(2x+y-1)$

⑤ $(a+2b+3)(a-6)$

⑥ $(a-3b-2)(a-3)$